

榫接结构接触面几何形式对接触应力的影响

张 野¹, 申秀丽^{2,3}

- (1. 中国航空发动机集团有限公司 商用航空发动机有限责任公司
设计研发中心, 上海 201108;
2. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;
3. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191)

摘 要: 针对接触边界计算精度问题, 结合光弹试验, 提出了适用于榫接结构接触区的网格划分策略. 在此基础上, 进一步分析齿形结构和齿形角度对榫接结构接触面接触应力的影响, 并应用于梯形齿结构进行验证, 认为合理的梯形齿几何结构能够有效地降低接触应力, 并且不对其他危险部位造成影响, 设计合理的梯形齿相比于圆弧齿具有一定的优势. 以梯形齿接触角度为设计变量进行的优化结果表明: 接触边界最大等效应力下降 25.54%.

关 键 词: 榫接接触; 梯形齿; 圆弧齿; 光弹试验; 齿形角度

中图分类号: V231

文献标志码: A

Influence of tenon structure contact surface geometry on contact stress

ZHANG Ye¹, SHEN Xiu-li^{2,3}

- (1. Research and Developing Center, Commercial Aircraft Engine Company Limited,
Aero Engine (Group) Corporation of China, Shanghai 201108, China;
2. School of Energy and Power Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
3. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China)

Abstract: Targeting the contact boundary calculation accuracy problems, grid partition strategy suitable for the tenon structure contact area was proposed in combination with the photo-elastic experiment. On this basis, further analysis of the influence of tooth structure and tooth profile angle on the contact stress was taken, and applied to verify the trapezoidal tooth structure. Result shows that, the trapezoidal tooth of reasonable structure can effectively reduce the contact stress, with less influence on other dangerous parts, so the reasonably designed trapezoidal tooth has a certain advantage compared with the circular arc tooth. After the optimization which takes the trapezoidal tooth contact angle as design variable, the maximum equivalent stress of contact boundary drops 25.54%.

Key words: tenon contact; trapezoidal tooth; circular arc tooth;
photo-elastic experiment; tooth profile angle

航空发动机涡轮榫接结构由于其严苛的工作环境, 接触区域应力较大, 且容易造成微动疲劳^[1]、榫齿断裂^[2]等故障. 接触边界的应力大小受

网格精度的影响很大^[3-4], 相关学者的研究表明, 随着接触区域网格逐渐加密, 接触区域边界应力相应增大, 收敛比较困难, 对于特殊结构, 随着网

格的加密也可得到收敛结果^[5].

采用网格加密的方法计算接触面应力会带来以下问题:计算结果不够准确^[6];计算时间过长,尤其是对于优化分析,过细的网格会导致计算时间大幅增加.

工程上常采用梯形齿榫接结构^[7-10].申秀丽等^[11]曾针对梯形齿和圆弧齿进行分析,认为梯形齿接触应力在接触边界处产生应力集中,而采用齿边圆角结构会降低该应力.研究表明,该结论只针对特定齿形角,不同齿形角度的梯形齿结构会呈现不同的接触应力分布.

论文针对涡轮枳树形榫接结构接触边界,基于光弹试验研究了接触问题的数值计算方法,并针对齿形结构特征开展了试验研究和数值计算,提出不同齿形结构对接触面接触应力的影响,并应用到榫接结构的优化设计中.

1 接触问题的数值分析

有限元在处理接触问题时,存在收敛困难及计算时间过长的问题.申秀丽等^[11]曾针对赫兹接触问题进行过数值解与理论解的比较,结果表明,用有限元法进行求解时不需要太多网格就能很快收敛到理论解附近,但对于非赫兹类接触的复杂接触问题并非如此.

以平板与半弹性空间接触为例(图1),对于刚体与半弹性空间的非赫兹接触问题,假设刚体表面无摩擦,且法向接触位移为常数.距离中心 x 处的应力理论解为^[6,12]

$$P(x) = \frac{P}{\pi(b^2 - x^2)^{1/2}}$$

靠近接触边界($x=b$)时,应力理论解为无穷大,这显然与真实情况不符.为了得到真实的边界应力,进行了光弹试验.

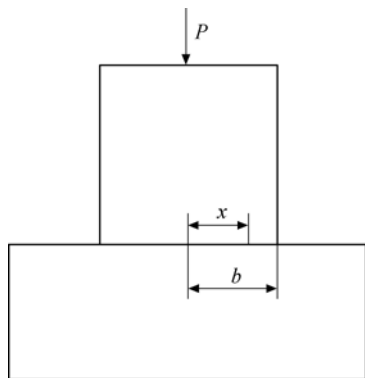


图1 平板与半弹性空间接触

Fig. 1 Contact between the plate and half elastic space

1) 刚体试验. 模拟刚体与半弹性空间的接触问题,进行3组对比试验.

对试验件进行有限元分析,取不同的网格密度,当接触单元的长度取接触长度的1/25时,其边界应力与试验结果比较误差最小.理论解与试验结果相对误差为5.32%.

在处理弹性模量差别较大的接触问题时,有限元法计算误差较大,网格划分较密集时,边界应力激增,相对误差持续加大.

提取接触面接触应力进行曲线拟合,如图2,横坐标标准化接触区长度 b 表示从接触区中部到接触边界的距离(最大为 $b=1.0$),纵坐标接触应力表示应力大小.

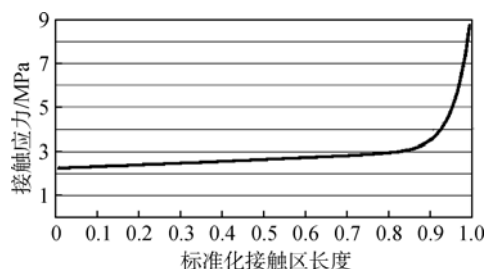


图2 刚体接触应力曲线

Fig. 2 Contact stress curve of rigid body

2) 平板接触试验. 模拟弹性体与半弹性空间的接触问题,进行3组对比试验.等差线条纹图^[13]如图3.

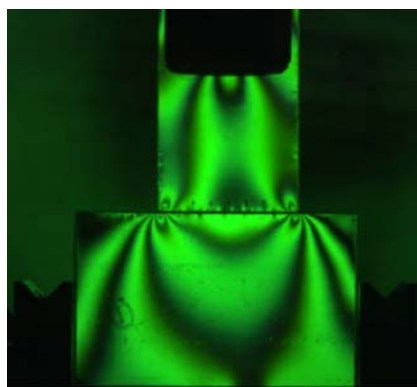


图3 弹性体与半弹性空间接触光弹试验

Fig. 3 Elastic body and half elastic space contact photo-elastic experiment

对试验件进行有限元分析,取不同的网格密度,当接触单元长度取接触长度的1/60时,其边界应力与试验结果误差最小,为2.11%.更疏或更密的网格均会带来较大的误差.在接触区中部,有限元计算结果随网格加密变化很小,说明有限

元分析能够准确的处理平板接触问题的中部应力.

对试验结果进行曲线拟合, 如图 4, 其中横、纵坐标的意义与图 2 相同.

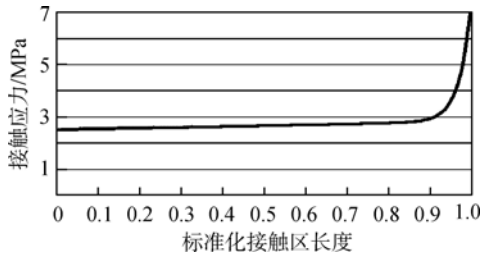


图 4 弹性体接触应力曲线

Fig. 4 Contact stress curves of elastic body

3) 倾斜接触试验. 为了模拟榫接结构, 进行倾斜板接触试验. 根据榫接结构常见角度分别进行了 30° 、 35° 和 40° 三种倾斜接触试验. 图 5 为 40° 倾斜接触光弹试验图.



图 5 40° 倾斜接触光弹试验

Fig. 5 40° inclined contact photo-elastic experiment

试验及二维有限元分析结果如表 1, 随着接触角度加大, 沿接触面各处接触应力均增大, 且上下侧应力峰值差距加大. 所以榫接结构中不宜采用过大的接触角度.

表 1 倾斜接触试验及数值计算结果

Table 1 Results of experiment and numerical calculation of inclined contact

接触 角度/ $^{\circ}$	研究方式	位置					
		上侧		中部		下侧	
		应力/MPa	相对误差/%	应力/MPa	相对误差/%	应力/MPa	相对误差/%
30	光弹试验	12.25	-1.55	3.06	-0.26	16.19	1.91
	数值计算(网格密度为 1/70)	12.06		3.06		16.50	
35	光弹试验	13.00	6.90	3.21	3.83	17.50	-3.40
	数值计算(网格密度为 1/70)	13.90		3.33		16.91	
40	光弹试验	13.13	2.06	3.26	2.37	17.94	0.27
	数值计算(网格密度为 1/60)	13.40		3.33		17.99	

通过逐级加密网格, 分析网格精度对倾斜接触问题的影响. 对比可知, 接触单元长度调整至接触长度的 $1/60\sim 1/70$ 时接触应力结果误差最小. 倾斜接触问题中, 达到较精准结果所需的网格数比平板接触中要多.

2 不同接触面几何形状对边界接触应力的影响

枞树形榫接结构主要包括圆弧齿与梯形齿两种齿形, 如图 6. 模拟两种结构进行分析.

2.1 圆角/倒角平板接触试验

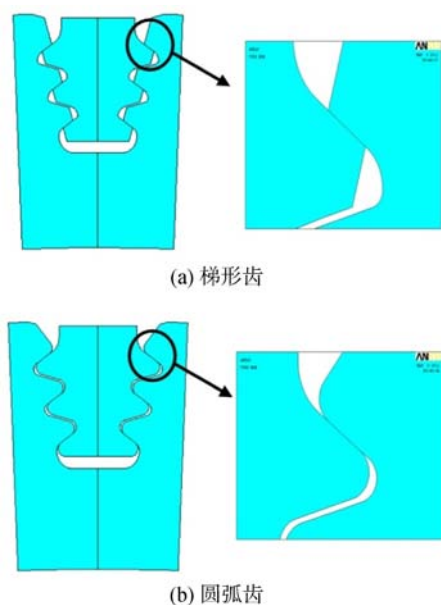
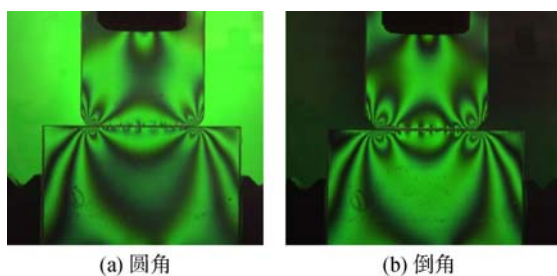
试验件接触长度为 40 mm, 圆角半径为 5 mm, 倒角为 $5\text{ mm}\times 5\text{ mm}$ 的平板件. 分别进行 3

组对比试验. 试验件如图 7 所示.

取试验结果进行曲线拟合, 分布如图 8, 其中横、纵坐标的意义与图 2 相同.

试验结果圆角接触区域中部应力值为 2.625 MPa, 边界应力值为 10.5 MPa. 倒角接触区域中部应力值为 2.607 MPa, 边界应力值为 12.153 MPa. 相比于圆角结构, 倒角结构中部应力小, 边界应力梯度大, 应力集中现象比圆角结构更加严重.

对试验件进行有限元分析, 取不同的边界网格密度, 圆角结构当接触边界单元的长度取接触长度的 $1/55$ 时, 与试验结果误差最小, 为 2.1%; 倒角结构当接触边界单元的长度取接触长度的

图6 梯形齿与圆弧齿^[7]Fig. 6 Trapezoid and circular arc tooth^[7]

(a) 圆角

(b) 倒角

图7 倒角/圆角平板接触光弹试验

Fig. 7 Chamfer / fillet plate contact photo-elastic experiment

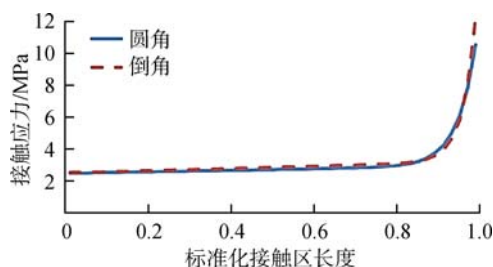


图8 倒角/圆角平板接触应力曲线

Fig. 8 Chamfer / fillet plate contact stress curve

1/50 时,与试验结果误差最小,为 4.1%,更疏或更密的网格均会带来较大的误差。

相比于平板结构,圆角结构中应力小,边界应力大,应力集中现象比平板问题严重。相比于圆角结构,倒角结构中应力小,边界应力梯度大,应力集中现象比圆角结构更加严重。

有圆角/倒角结构的边界应力均大于平板结构,与文献[10]存在矛盾。有必要考察不同接触面几何形状对接触应力的影响。

2.2 反倒角接触分析

1) 传统倒角反置

如图 9 为上窄下宽结构,保持其接触长度不变。上平面沿接触面应力分布如图 10,横坐标接触区长度表示该应力在接触区的位置,纵坐标表示径向应力大小。可见原本存在于平板结构接触边界的应力峰值消失了,最大应力为 4.58 MPa。接触应力的极值平缓的分布在接触区域中部约 60% 的区域内。

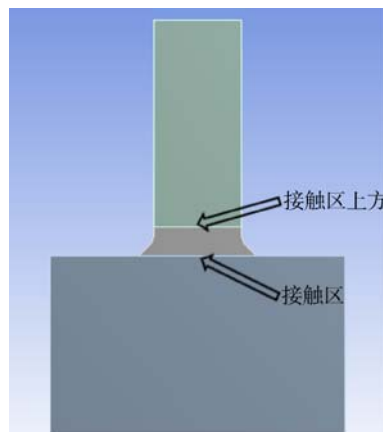


图9 反倒角有限元验证模型

Fig. 9 Anti-chamfer finite element verification model

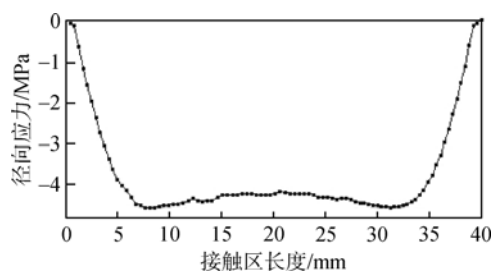


图10 反倒角结构接触区应力分布

Fig. 10 Contact stress distribution of anti-chamfer structure

在接触区域上方(位置如图 9 所示),倒角区域以外应力沿横向分布如图 11,横、纵坐标与图 10 意义相同。可见此处应力仍然呈现两边大(6.69 MPa),中间小(4.27 MPa)的趋势,应力分布的改变发生在反倒角结构处,此处应力集中现象得到缓解。

2) 倒梯形形式

该结构角度过渡平稳,在榫接设计工作中更

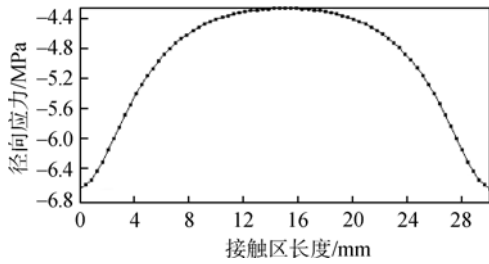


图 11 反倒角结构接触区上方应力分布

Fig. 11 Contact stress distribution of anti-chamfer structure upper area

容易实现,其有限元模型如图 12.

下平面接触应力沿边界曲线如图 13,横坐标表示该应力在接触区的位置,纵坐标表示径向应力大小.与平板结构相比,其峰值更小,为 6.45 MPa,中部应力值更大,应力分布得到了有效地平均.

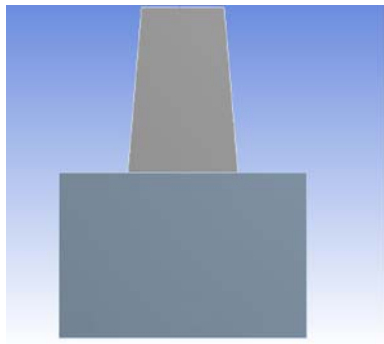


图 12 倒梯形有限元验证模型

Fig. 12 Inverted trapezoidal finite element verification model

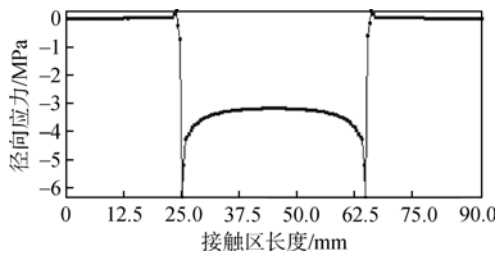


图 13 倒梯形结构接触区应力分布

Fig. 13 Contact stress distribution of inverted trapezoidal structure

3 榫接结构接触面几何参数对边界接触应力的影响

文献[10]认为圆弧齿的接触应力优于梯形齿(图 6). 根据本文试验,平板模型接触应力在相同的载荷条件下小于圆弧齿,为了深入分析这一矛盾,现着重分析梯形齿榫接结构接触面与非接触

面夹角对边界接触应力的影响,此处将其命名为榫齿齿形角度 A_c ,如图 14.

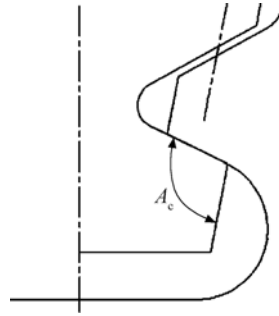


图 14 梯形齿榫接结构齿形角度

Fig. 14 Tooth profile angle of trapezoidal tooth tenon structure

1) 圆弧齿分析

对榫头伸根施加等效离心力,径向应力分布如图 15. 该榫接结构的最大拉伸应力产生于榫头伸根圆角处,榫头榫槽采用相同材料参数进行分析.

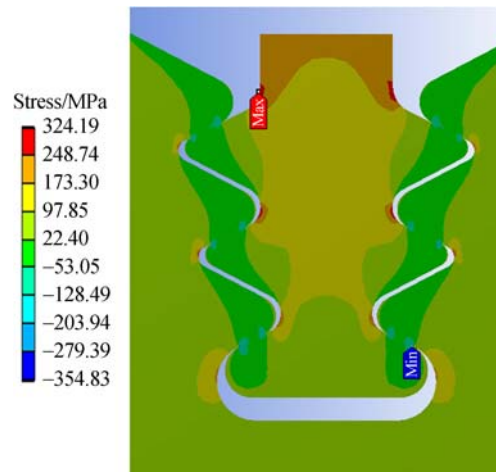


图 15 圆弧齿径向应力分布

Fig. 15 Radial stress distribution of circular arc tooth

接触应力提取榫槽三齿接触区等效应力,可见榫接结构接触区域应力分布与倾斜板试验中得到的应力分布一致,在接触边界呈现两个峰值.最大接触应力为 354.83 MPa,产生于榫槽接触区域下侧.

2) 梯形齿分析

梯形齿与圆弧齿结构接触长度保持一致. 梯形齿齿形角度 A_c 与榫接结构中心线平行.

径向应力分布与圆弧齿结构类似(图 16),可见改变为梯形齿结构对榫接整体应力分布几乎没有影响. 最大拉伸应力位置与圆弧齿相同,大小仅相差 1.02%.

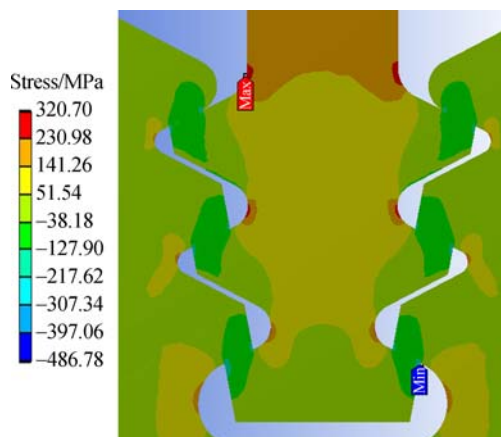


图16 梯形齿径向应力分布

Fig. 16 Radial stress distribution of trapezoidal tooth

接触应力分布与圆弧齿类似,提取榫槽三齿接触区等效应力,同样在接触边界呈现两个峰值,但是下边界的应力更加突出.最大接触应力为486.78 MPa,大于圆弧齿(27.1%),与文献[10]一致.通过前述试验分析,平板试验件的接触边界应力是小于圆弧齿的,说明对于某些几何形式,梯形齿可能产生相比于圆弧齿更小的接触应力.为了验证这一结论,下面着重分析接触面几何参数.

3) 榫头直角梯形齿分析

原有梯形齿结构接触边界几何形式为钝角结构,类似与光弹试验中的倒角结构,将其调整为直角结构,则类似与光弹试验中的平板试验,模型如图17.

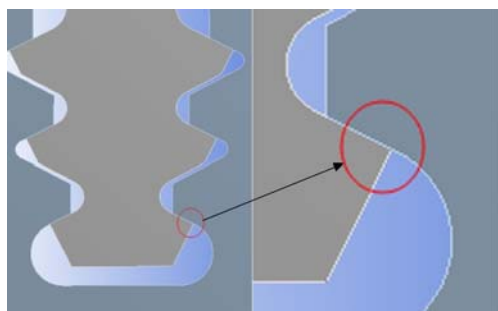


图17 榫头直角梯形齿有限元模型

Fig. 17 Right angle trapezoidal tooth tenon structure finite element model

径向应力整体分布没有受到较大影响,最大拉伸应力减小0.69%.最大接触应力为290.45 MPa,小于圆弧齿及原有梯形齿结构(40.3%),且最大接触应力位置发生变化,由原有的榫头钝角位置,变化到未作出调整的榫槽钝角位置,可见 A_c 值对榫接接触应力的影响极大.

4) 榫头/榫槽直角梯形齿分析

进一步将榫槽接触形式也改为直角,结构如图18.

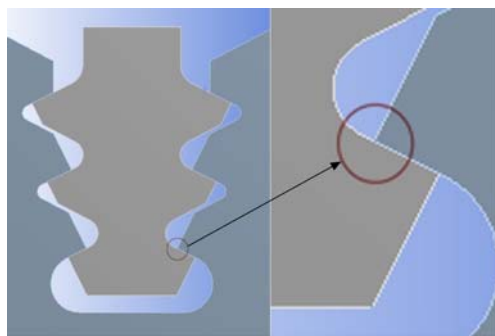


图18 直角梯形齿有限元模型

Fig. 18 Right angled trapezoidal tooth finite element model

径向应力分布整体分布没有受到较大影响,最大拉伸应力增大1.49%.最大接触应力为267.39 MPa,产生在榫头直角区,原榫槽直角区边界接触应力应力集中得到缓解.两次调整使接触应力进一步下降(较原有梯形齿结构接触应力降低45.1%).

5) 榫头锐角梯形齿分析

为进一步降低榫头边界处的应力集中现象,结合第2.2节倒梯形结构的分析,改进榫头梯形齿几何形式为锐角结构,如图19.

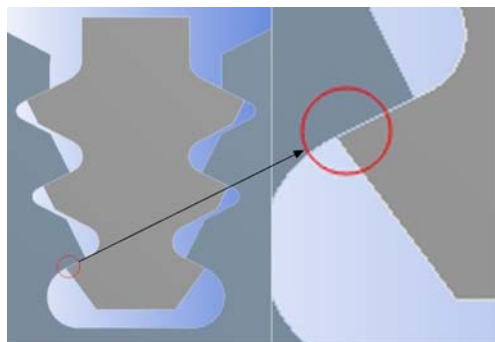


图19 锐角梯形齿有限元模型

Fig. 19 Acute trapezoidal tooth finite element model

最大拉伸应力增大1.73%.接触应力提取榫槽三齿接触区等效应力,最大接触应力为218.54 MPa,应力集中现象得到极大的缓解.可见,适当调整齿形角度能够解决榫接接触的应力集中问题.而梯形齿接触区几何形式是一个在传统分析中被忽略,而又十分重要的问题.

几种不同形式齿形结构三齿接触应力沿接触面变化如图20所示,其横坐标以原始梯形齿为

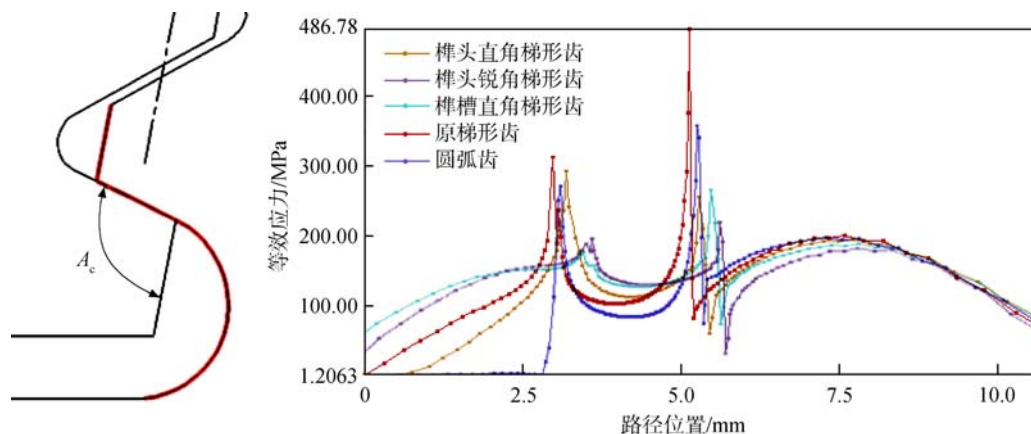


图 20 不同形式榫接结构三齿接触应力分布

Fig. 20 Contact stress distribution with different shapes of third tooth on tenon structure

准,表示左图红色路径上的位置,纵坐标代表对应位置的等效应力。

4 优 化

齿形角度不是越小越好,过小会导致榫齿过薄,形状畸变,应力增大。为了得到最优的齿形角度,在前述分析基础上,对榫齿几何形状进行优化分析^[14-17]。

首先进行齿形角度对接触应力和最大拉伸应力的灵敏度分析。在 70° 时达到最小值,低于此值榫头第 3 齿结构过薄,形状畸变,应力增大。说明齿形角度对榫接结构接触应力影响极大。

随着齿形角度减小,最大拉伸应力相应增大,但是其灵敏度很低,可以认为齿形角度对榫接结构最大拉伸应力没有影响。

根据某强度准则^[18]及工程经验,选取约束条件为最大拉伸应力和最大等效应力。优化中设计变量为齿形角度,初始值为 90° ,上限为 120° ,下限为 60° 。目标函数选择接触区最大等效应力最小。

优化中网格划分遵循前述原则。优化后,齿形角度由 90° 变化为 75.87° ,最大等效应力下降了 25.54%;最大拉伸应力由 326.17 MPa 上升到 326.96 MPa,增大 0.24%,可见改变齿形角度能够大幅降低接触应力,并且不会对其他危险部位带来较大影响。

5 结 论

1) 对于接触问题,选取适当的网格密度可得较精确解。

2) 经过试验与有限元模拟,认为相同边界条件下,接触应力峰值从大到小依次为钝角形式、圆

角形式、直角形式、合理锐角形式。

3) 采用齿形角度为钝角的梯形齿结构接触应力峰值大于圆弧齿;如果调整梯形齿的齿形角度为直角或锐角,则该峰值持续降低,均优于圆弧齿且锐角结构峰值最小;该角度不是越小越好,过小的齿形角度会导致榫齿过薄,形状畸变,应力增大;齿形角度在合理的范围改变对其他部位应力影响很小。

参考文献:

- [1] 古远兴,温卫东,崔海涛. 钛合金燕尾样结构在不同疲劳载荷下的断口分析[J]. 机械材料工程, 2007, 31(4): 34-36.
GU Yuanxing, WEN Weidong, CUI Haitao. Fracture surface analysis of Ti alloy dovetail joint under fatigue load [J]. Materials for Mechanical Engineering, 2007, 31(4): 34-36. (in Chinese)
- [2] Xia N S, Zhong P D, Huang H Q, et al. Failure investigation of blade and disk in first stage compressor [J]. Engineering Failure Analysis, 2000, 7(6): 385-392.
- [3] Sinclair G B, Cormier N G. Contact stresses in dovetail attachments: finite element modeling [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1999, 124(1): 182-189.
- [4] 魏大盛,王延荣. 榫连结构几何参数对接触应力的影响[J]. 推进技术, 2010, 31(4): 473-477.
WEI Dasheng, WANG Yanrong. Effects of critical geometrical parameters on distribution of contact stress in a tenon jointing [J]. Journal of Propulsion Technology, 2010, 31(4): 473-477. (in Chinese)
- [5] 魏大盛,王延荣. 枫树形榫连结构接触应力的有限元分析及建模研究[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2010, 23(2): 5-9.
WEI Dasheng, WANG Yanrong. On the FEM modeling and contact analysis of fir tree attachment in blade disk assemblies [J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2010, 23(2): 5-9. (in Chinese)
- [6] 约翰逊. 接触力学[M]. 徐秉业, 罗学富, 刘信声, 等译. 北京: 高等教育出版社, 1992.

- [7] WANG Rongqiao, WEI Jiaming, HU Dianyin, et al. Investigation on experimental load spectrum for high and low cycle combined fatigue test[J]. *Propulsion and Power Research*, 2013, 2(4): 235-242.
- [8] Raykowski A, Hader M. Blast cleaning of gas turbine components; deposit removal and substrate deformation[J]. *Wear*, 2001, 249(1/2): 126-131.
- [9] Xie M L, Zhong P D. Analysis of fracture failure of fir-tree serrations of stage II : turbine disks[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2000, 7(4): 249-260.
- [10] 陈光, 洪杰, 马艳红. 航空燃气涡轮发动机结构设计[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2010.
- [11] 申秀丽, 周莹舫. 圆弧齿榫接结构数值计算研究[J]. 航空动力学报, 2012, 27(3): 611-616.
SHEN Xiuli, ZHOU Yinglu. Numerical calculation and analysis of arc tooth tenon joint[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2012, 27(3): 611-616. (in Chinese)
- [12] 瓦伦丁. 接触力学与摩擦学的原理及其应用[M]. 李强, 译. 北京: 清华大学出版社, 2011.
- [13] 王开福, 高明慧, 周克印. 现代光测力学技术[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2009.
- [14] 申秀丽, 齐晓东. 航空发动机枞树形榫头/榫槽结构形状优化[J]. 工程力学, 2011, 28(12): 231-236.
SHEN Xiuli, QI Xiaodong. Shape optimization of aero engine fir-tree tenon/mortise structure[J]. *Engineering Mechanics*, 2011, 28(12): 231-236. (in Chinese)
- [15] 邢誉峰, 诸德超. 航空发动机涡轮盘榫槽的形状优化设计[J]. 航空学报, 1995, 16(4): 488-491.
XING Yufeng, ZHU Dechao. Shape optimization of aero engine disc groove [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 1995, 16(4): 488-491. (in Chinese)
- [16] SONG Wenbin, Keane A. Turbine blade fir-tree root design optimization using intelligent CAD and finite element analysis[J]. *Computers and Structures*, 2002, 80(24): 1853-1867.
- [17] 陈开军, 马枚. 航空发动机叶片榫头优化设计研究[J]. 航空动力学报, 1995, 10(2): 190-192.
CHEN Kaijun, MA Mei. Optimization of turbine blade fir-tree roots[J]. *Journal of Aerospace Power*, 1995, 10(2): 190-192. (in Chinese)
- [18] 丁爱祥, 吴君. 斯贝 MK202 发动机应力标准 (EGD-3) [M]. 北京: 国际航空编辑部, 1979.

(编辑: 王碧琚)